

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 1

# Esercizio 1

## Un serbatoio atmosferico contenente un reagente chimico...

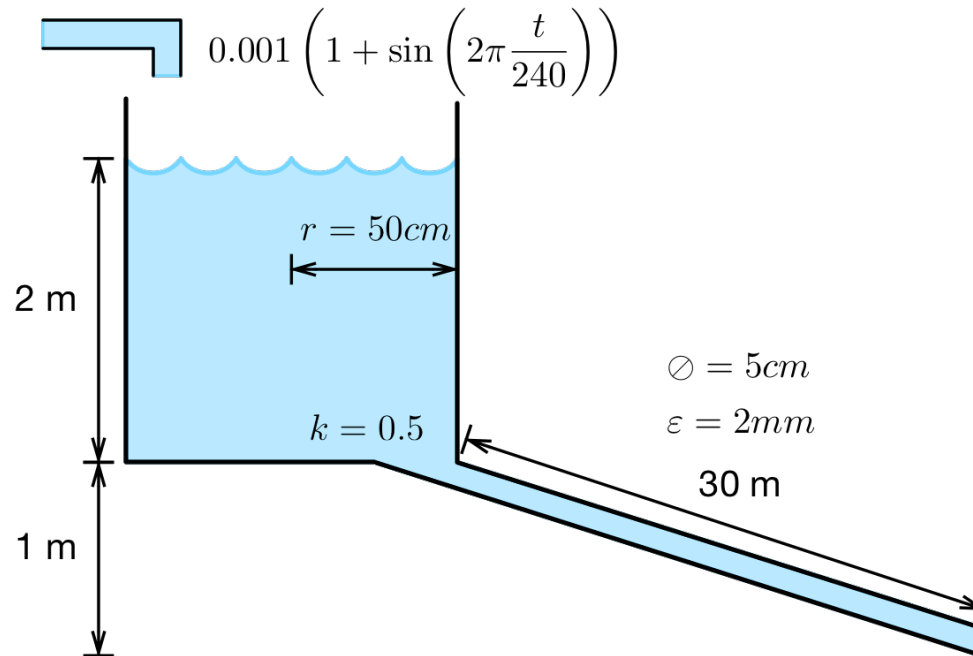
...Viene svuotato attraverso una condotta e riempito con una pompa

- Il serbatoio è posto ad  $1\text{ m}$  di altezza ed ha un raggio di  $50\text{ cm}$
- Il serbatoio ha un livello iniziale di  $2\text{ m}$
- Il reagente ha  $\rho = 1.189 \times 10^3$  e  $\mu = 2.100 \times 10^{-3}$
- La condotta ha  $5\text{ cm}$  di diametro, scabrezza  $2\text{ mm}$  ed è lunga  $30\text{ m}$
- Per le perdite dovute all'imbocco della condotta si consideri  $k = 0.5$
- La pompa immette reagente con una portata data da:

$$Q_{in} = Q_{max} \left( 1 + \sin \left( 2\pi \frac{t}{240} \right) \right)$$

- Con  $Q_{max} = 0.001$

# Esercizio 1



Si determini se il livello di reagente tende a calare o crescere

- Si programmi a partire da uno script che calcola la portata iniziale

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 2

## Esercizio 2

Si consideri il serbatoio dell'esercizio 1:

Partire da una copia dello script utilizzato per risolverlo:

- **Q1:** Si definisca (nello script) una funzione:

```
function DeltaH = DeltaH_in_240_sec(Qmax)
```

- Che calcola la differenza tra il volume iniziale di reagente...
- ...ed il volume dopo 240 secondi
- **Q2:** Si utilizzi la funzione per determinare il valore di  $Q_{max}$  ...
  - ...Che stabilizza il livello del serbatoio nel lungo periodo
- **Q3 (opzionale):** Si verifichi che il valore di  $Q_{max}$  sia corretto

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 3

## Esercizio 3

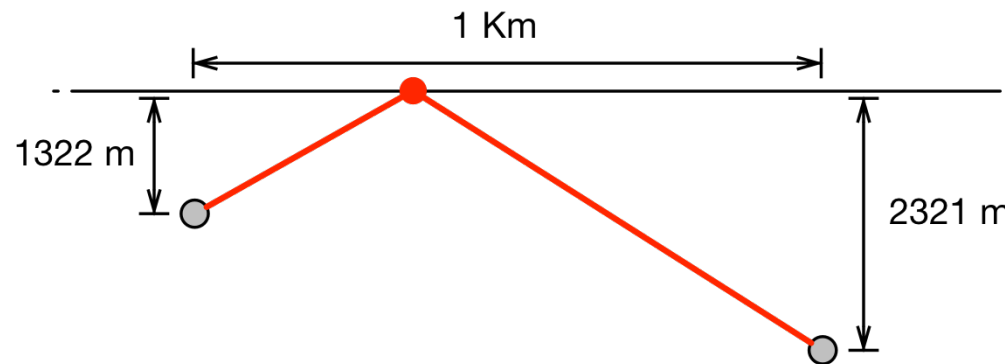
Si deve posizionare una pompa su una condotta:

- La pompa deve servire due utenze
- La prima utenza si trova a **1322 m** dalla condotta
- La seconda utenza si trova a **2131 m** dalla condotta
- La seconda utenza è **1 Km** a valle della prima

Le due utenze verranno servite:

- Costruendo delle condotte rettilinee...
- ...Che connettono la pompa alle utenze

## Esercizio 3



- **Q1:** Si definisca una funzione:

```
function d = dist(a)
```

- Che calcoli la lunghezza totale delle due condotte...
- ...A partire dalla posizione **a** della pompa



## Esercizio 3

- **Q2:** Si disegni l'andamento di **dist(a)** in funzione di **a**
- **Q3:** Si determini il valore di **a** che minimizza **dist(a)**
  - Si individuino i punti stazionari risolvendo  $dist'(a) = 0$
  - A tal fine, si definisca la funzione:

```
function dd = ddist1(a)
```

- Che calcoli la derivata di **dist** per via analitica

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 4

## Esercizio 4

### Si consideri la situazione dell'esercizio 3

A partire da una copia dello script utilizzato per risolverlo:

- **Q1:** Si determini il valore di **a** che minimizza **dist(a)**
  - Si individuino i punti stazionari risolvendo  $dist'(a) = 0$
  - A tal fine, si definisca la funzione:

```
function dd = ddist2(a)
```

- Che calcoli la derivata di **dist(a)** per approssimazione numerica
- Si utilizzi l'approssimazione basata sul rapporto incrementale

## Esercizio 4

### OSSERVAZIONE:

- Utilizzando una approssimazione numerica per la derivata...
- ...Si evita di derivarne al forma analitica

In alcuni casi, la derivata analitica non può essere ottenuta!

### ATTENZIONE:

- Si calibri il valore del passo "infinitesimo" del rapporto incrementale...
- ...In modo da ottenere il risultato corretto

Che ordine di grandezza è necessario? Per quali ragioni?

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 5

## Esercizio 5

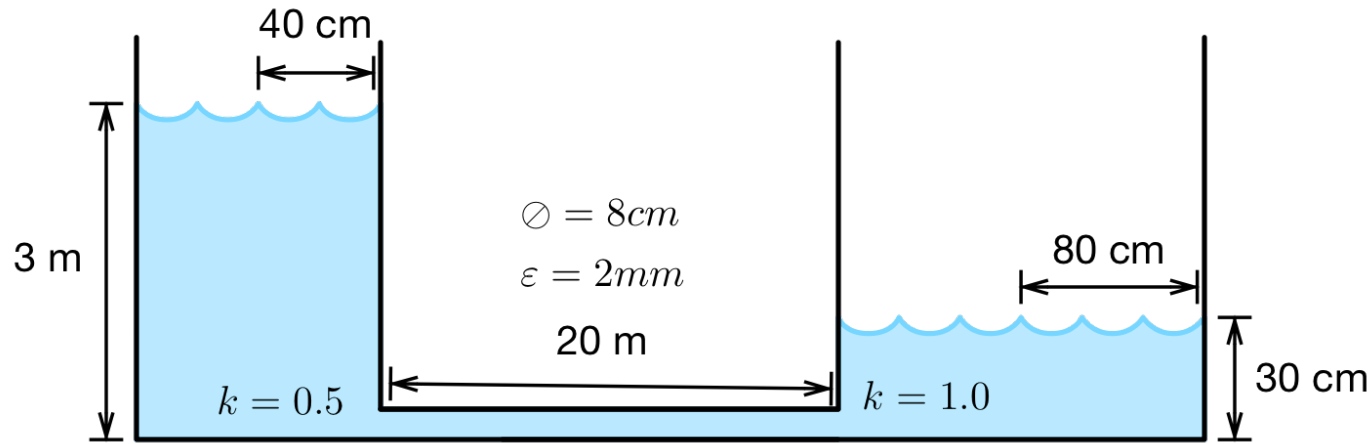
**Due serbatoio atmosferici contenenti acqua sono collegati:**

- Il primo serbatoio ha raggio  $40\text{ cm}$  , il secondo  $80\text{ cm}$
- Il primo serbatoio ha un livello di  $3\text{ m}$  , il secondo di  $30\text{ cm}$
- La condotta ha un diametro di  $8\text{ cm}$  ed è lunga  $20\text{ m}$
- La scabrezza della condotta è di  $2\text{ mm}$
- Per le perdite dovute all'imbocco, si consideri  $k = 0.5$
- Per le perdite dovute allo sbocco, si consideri  $k = 1$

È dato uno script che calcola la portata iniziale della condotta

- Lo si utilizzi come partenza per programmare

## Esercizio 5



- **Q1:** Disegnare l'andamento dei due livelli
- **Q2:** Determinare il livello finale dei due serbatoi
- **Q3:** Determinare il livello iniziale del primo serbatoio...
  - ...Perché si arrivi all'equilibrio in **200 s**
  - NOTA: la quantità d'acqua è fissa, quindi anche il livello finale

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 6



## Esercizio 6

Si vuole determinare e caratterizzare una curva parabolica

- La curva deve **passare per** il punto  $(x_0, y_0) = (0, 5)$
- La curva deve **avere un minimo** in  $(x_1, y_1) = (3, 0)$

**Q1:** Si definisca una funzione che determini i coefficienti della parabola:

```
function p = find_curve()
```

- Si disegni poi la curva nell'intervallo  $[x_0, x_2] = [0, 5]$
- Si determini il valore di  $y$  per  $x = x_2 = 5$

**Q2:** Si determini la lunghezza della parabola

- Si utilizzi il metodo visto a lezione basato sull'integrazione

# Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

## Esercizio 7

## Esercizio 7

Si consideri la curva parabolica dell'esercizio 6:

- Si assuma di poter decidere la la posizione di  $x_1 \dots$
- ...Ossia del punto in cui la parabola raggiunge un minimo

Partendo da una copia dello script utilizzato per l'esercizio 6:

- **Q1:** Si definisca una funzione:

```
function area = curve_area(x1)
```

- Che calcoli l'area sotto la parabola nell'intervallo  $[0, 5]$
- La funzione dovrà ri-determinare i coefficienti della parabola!
- Si sfruttino (modificandole) le funzione introdotte per l'es6

## Esercizio 7

- **Q2:** Si determini la posizione di  $x_1$  ...
  - ...Che minimizza l'area sotto la parabola
  - Si noti che si tratta di un problema di **ottimizzazione**...
  - ...Che richiederà di calcolare la derivata dell'area sotto la parabola

**SUGGERIMENTO:** Per ottenere la derivata dell'area

- Si utilizzi una approssimazione numerica
- Per esempio, quella basata sul rapporto incrementale
- Si calibri il valore del passo infinitesimo in modo opportuno