

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Interpolazione in Octave

Funzione `polyfit`

Octave permette di effettuare interpolazione con polinomi usando:

```
p = polyfit(x0, y0, n)
```

Dove:

- $\mathbf{x0}$ è un vettore con i valori x_i dei punti da interpolare
- $\mathbf{y0}$ è un vettore con i valori y_i dei punti da interpolare

n è il grado del polinomio

- Se $n = m - 1$ l'interpolazione è esatta
- Se $n < m - 1$ viene risolto il problema ai minimi quadrati

La funzione restituisce \mathbf{p} , che contiene i coefficienti del polinomio

Interpolazione Risolvendo un Sistema Lineare

Si può anche ottenere un polinomio interpolante/approssimante con:

$$\mathbf{p} = \mathbf{v} \setminus \mathbf{y}$$

Dove:

- \mathbf{v} la matrice di Vandermonde, calcolata per i valori x_i
- \mathbf{y} un **vettore colonna** con i valori y_i

Il risultato dipende dalle dimensioni di \mathbf{v} :

- Se \mathbf{v} è quadrata si ottengono i coefficienti del polinomio interpolante
- Se \mathbf{v} ha più righe che colonne, viene risolto il problema ai min. quad.

Matrice di Vandermonde in Octave

La matrice di Vandermonde può essere ottenuta facilmente con:

```
V = vander(x0, n)
```

Dove:

- **x0** è il vettore di valori x_i per cui calcolare la matrice
- **n** è il numero di colonne da utilizzare
- Se **n** viene omesso, allora la matrice è quadrata

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 1

Esercizio 1

Si vuole determinare il profilo di velocità di un fluido in condotta:

- La condotta ha un diametro di **15** cm
- Sono state effettuate **4** misurazioni della velocità

Si determini il polinomio interpolante utilizzando:

- Prima la funzione **polyfit** di Octave...
- ... Poi risolvendo il sistema lineare $V\beta = y$

Si visualizzi il polinomio interpolante utilizzando la funzione:

```
function plot_approx(p, x_l, x_u, x0, y0)
```

- La funzione è disponibile nello start-kit sul sito del corso

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 2

Esercizio 2

Il file `ch11_es2.csv` (nello start-kit) contiene una serie di misurazioni:

- La prima colonna nel file contiene i valori x_i
- La seconda colonna contiene i valori y_i

Si leggano i dati dal file (utilizzando `dlmread`)

Si ottenga poi un polinomio approssimante

Si utilizzi dapprima la funzione `polyfit...`

- Si modifichi l'utilizzo di `polyfit` rispetto all'esercizio 1...
- ...in modo che la funzione risolva il problema ai minimi quadrati

Esercizio 2

Poi si ripeta l'operazione risolvendo il sistema $V^T Vx = V^T y$

- Si ricordi in Octave è facile utilizzare la matrice pseudo-inversa!
 - Basta usare una divisione sinistra
- Si ottenga la matrice di Vandermonde...
- ...nel formato opportuno a risolvere il problema ai minimi quadrati

Si utilizzi la funzione `plot_approx` per visualizzare i risultati

Opzionalmente:

- Si calcoli il valore dell'errore $e = \sum_{i=1}^n r^2$

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 3

Esercizio 3

Il file `ch11_es3.csv` (nello start-kit) contiene una serie di misurazioni:

- La prima colonna nel file contiene i valori x_i
- La seconda colonna contiene i valori y_i

Si ottenga una funzione (non polinomiale) approssimante

Si utilizzi il metodo dei minimi quadrati

- Occorrerà costruire la matrice Φ ...
- ...con il valore dei termini della funzione approssimante

$$\Phi_{i,j} = \phi_j(x_i)$$

Esercizio 3

A tal file, di definisca la funzione:

```
function phi = build_phi_matrix(x)
```

- Che deve costruire la matrice Φ

La si utilizzi poi per risolvere il sistema:

$$\Phi^T \Phi \beta = \Phi^T y$$

- Ed ottenere il valore dei parametri β
- Si ricordi per utilizzare la matrice pseudo-inversa...
- ...È sufficiente usare la divisione sinistra

Esercizio 3

Si noti che è possibile valutare la funzione approssimante:

- Calcolando Φ per i valori di x a cui si è interessati
- Calcolando $\Phi\beta$, una volta che β è noto

Questa tecnica è utilizzata nella funzione:

```
function plot_approx(p, x_l, x_u, x0, y0)
```

- Che può essere utilizzata per valutare la qualità dell'approssimazione

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 4

Esercizio 4

Il file `ch11_es4.csv` (nello start-kit) contiene una serie di misurazioni:

- La prima colonna nel file contiene i valori x_i
- La seconda colonna contiene i valori y_i

Si ottenga una funzione (non polinomiale) approssimante

Si utilizzi il metodo dei minimi quadrati

- Si proceda utilizzando la matrice Φ ...
- ...come nel caso dell'esercizio precedente

Si visualizzino i risultati utilizzando `plot_approx`

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio 5

Esercizio 5

Si calcoli il polinomio interpolante per i dati dell'esercizio 1

Si utilizzi il polinomio in forma di Lagrange

- In particolare, si implementi la funzione:

```
function y = f(x, x0, y0)
```

- La funzione deve calcolare il polinomio in forma di Lagrange...
- Per i punti nel vettore \mathbf{x}
- I parametri $\mathbf{x0}$ e $\mathbf{y0}$ sono necessari al calcolo

