

# **Constraint Systems**

A Modeling Exercise

# Il Cartello delle Chincaglierie

Giani, Piero, Marisa e Luisanna, sono quattro (stagionati) abitanti di un piccolo paesello del centro Italia. I quattro sono legati da distanti (ma indiscutibili) legami di parentela e pertanto, come vuole il buon costume, di tanto in tanto per le occasioni si scambiano regali. I quattro non è che vadano proprio d'amore e d'accordo e così, un po' per scherzo ed un po' per dispetto, da qualche anno continuano a regalarsi le stesse chincaglierie

Nella fattispecie, le chincaglierie sono: una riproduzione in vetro di una conchiglia tropicale, una vecchia clessidra, una lampada in fibre ottiche (di quelle pelose) ed una statuetta a forma di cavalluccio marino.

# Il Cartello delle Chincaglierie

Siamo al terzo anno in cui le cianfrusaglie devono essere scambiate e finora non ci sono stati “incidenti diplomatici”. All’indomani dell’inizio del quarto anno, Gianni deve ancora fare il suo regalo, torturato dal timore essere il primo a scatenare uno scandalo. Il poveretto ripensa con preoccupazione agli scambi a cui ha partecipato:

- Il primo anno, Gianni aveva in casa la conghiglia, che ha regalato a Marisa. Lo stesso anno, Marisa ha regalato a Gianni la lampada.
- Il secondo anno, Gianni ha regalato la lampada a Piero ed ha ricevuto in dono da Luisanna la clessidra.

# Il Cartello delle Chincaglierie

Fortunatamente, Gianni è venuto a conoscenza tramite suo nipote di una nuova metodologia che si chiama Programmazione a Vincoli, che pare possa aiutarlo a risolvere i suoi problemi...

Si modelli il problema dello scambio dei regali tramite Programmazione a Vincoli e si indichi a quale persona Gianni potrà regalare la clessidra senza scatenare una bagarre.

# Il Cartello delle Chincaglierie (Soluzione)

Si tratta di un Partial Latin Square problem un po' "camuffato". Una possibile soluzione consiste nell'introdurre una variabile per ogni persona e per ogni anno (incluso il quarto!):

- $x_{G,0}, x_{G,1}, x_{G,2}, x_{G,3} \in \{conc, cless, lamp, stat\}$
- $x_{P,0}, x_{P,1}, x_{P,2}, x_{P,3} \in \{conc, cless, lamp, stat\}$
- $x_{M,0}, x_{M,1}, x_{M,2}, x_{M,3} \in \{conc, cless, lamp, stat\}$
- $x_{L,0}, x_{L,1}, x_{L,2}, x_{L,3} \in \{conc, cless, lamp, stat\}$

# Il Cartello delle Chincaglierie (Soluzione)

Ogni anno, ogni persona possiede esattamente un oggetto:

- $X_{p,i} \neq X_{q,i}, \quad p, q = \{G, P, M, L\}, i \in \{0..3\}$

Nessuno può possedere lo stesso oggetto due volte:

- $X_{p,i} \neq X_{p,j}, \quad p = \{G, P, M, L\}, i, j \in \{0..3\}$

Alcuni scambi sono noti:

- $x_{G,0} = conc$
- $x_{M,0} = lamp, x_{M,1} = conc, x_{G,1} = lamp$
- $x_{L,1} = cless, x_{P,2} = lamp, x_{G,2} = cless$

# Il Cartello delle Chincaglierie (Soluzione)

Esiste una sola soluzione feasible:

|           |            |            |            |            |
|-----------|------------|------------|------------|------------|
| Gianni:   | conchiglia | lampada    | clessidra  | statuetta  |
| Piero:    | clessidra  | statuetta  | lampada    | conchiglia |
| Marisa:   | lampada    | conchiglia | statuetta  | clessidra  |
| Luisanna: | statuetta  | clessidra  | conchiglia | lampada    |

Pertanto, Gianni deve regalare la clessidra a Marisa se vuole evitare lo scandalo