

Personal Size Babel

Il piccolo Pierino ha una passione per i biscotti al cioccolato, di cui farebbe continuamente grandi scorpacciate. I genitori, preoccupati per la sua salute, hanno così preso una risoluzione drastica: l'ambita scatola dei biscotti è stata posta in cima alla dispensa, convinti che in tal modo il figliolo non abbia alcuna chance di raggiungerla. Una sera che i genitori di Pierino sono a cena fuori e la nonna (venuta a badare il pargolo) si è addormentata, i biscotti lassù in cima fanno più voglia che mai: Pierino guarda le sue scatole di giocattoli e concepisce un ambizioso piano di costruzione di una torre di Babele formato domestico...

- tutte le scatole sono alte 30 cm
- Pierino ha 5 scatole larghe 40 cm di peso 500, 750, 1000, 1250, 1500 grammi
- Pierino ha 2 scatole larghe 80 cm di peso 1500, 750 grammi
- la torre può essere larga al più 120 cm e deve essere alta almeno 120 cm
- le scatole poste al livello N della torre devono essere più leggere o dello stesso peso di quelle poste al livello N-1

Si assuma che tutte le scatole debbano essere utilizzate. Si trascuri la profondità della torre e delle scatole e si trascuri il fatto che i livelli della torre debbano avere larghezza decrescente andando verso l'alto (con le misure disponibili, è sempre possibile ri-arrangiare la torre in caso di “buchi”); di conseguenza, è possibile avere livelli “vuoti”, purché la torre raggiunga l'altezza richiesta.

Si modelli la costruzione della torre come un problema di soddisfacimento di vincoli e si mostri una possibile soluzione.

Soluzione

Una variabile di start per ogni scatola, con dominio [0..3] (livello della torre):

S40_500, S40_750, S40_1000, S40_1250, S40_1500, S80_1500, S80_750

Un vincolo cumulative per modellare la restrizione sulla larghezza della torre (durate e utilizzi di risorsa sono normalizzati):

```
cumulative([S40_500, S40_750, S40_1000, S40_1250, S40_1500, S80_1500, S80_750],  
          [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 2, 2], 3)
```

Vincoli di precedenza tra le scatole: per ogni coppia di scatole A, B tale che il peso di A sia strettamente maggiore di B:

$S_A < S_B$

La torre deve essere alta almeno 120 cm (in altre parole, deve avere almeno 4 livelli non vuoti):

$S_{40_500} = 3$ or $S_{40_750} = 3$ or $S_{40_1000} = 3$ or $S_{40_1250} = 3$ or $S_{40_1500} = 3$ or
 $S_{80_1500} = 3$ or $S_{80_750} = 3$

$S_{40_500} = 2$ or $S_{40_750} = 2$ or $S_{40_1000} = 2$ or $S_{40_1250} = 2$ or $S_{40_1500} = 2$ or
 $S_{80_1500} = 2$ or $S_{80_750} = 2$

$S_{40_500} = 1$ or $S_{40_750} = 1$ or $S_{40_1000} = 1$ or $S_{40_1250} = 1$ or $S_{40_1500} = 1$ or
 $S_{80_1500} = 1$ or $S_{80_750} = 1$

$S_{40_500} = 0$ or $S_{40_750} = 0$ or $S_{40_1000} = 0$ or $S_{40_1250} = 0$ or $S_{40_1500} = 0$ or
 $S_{80_1500} = 0$ or $S_{80_750} = 0$

In alternativa si può usare un gcc:

```
gcc([S40_500, S40_750, S40_1000, S40_1250, S40_1500, S80_1500, S80_750],  
    [0, 1, 2, 3], [1, 1, 1, 1], [7, 7, 7, 7])
```

Oppure, visto che per i vincoli di larghezza non possono esserci più di tre scatole per livello:

```
gcc([S40_500, S40_750, S40_1000, S40_1250, S40_1500, S80_1500, S80_750],  
    [0, 1, 2, 3], [1, 1, 1, 1], [3, 3, 3, 3])
```

Una possibile soluzione:

$S_{40_500} = 3$, $S_{40_750} = 1$, $S_{40_1000} = 1$, $S_{40_1250} = 1$, $S_{40_1500} = 0$, $S_{80_1500} = 0$,
 $S_{80_750} = 2$