

Gli anni passano per tutti

Mario e Luigi gestiscono con successo una piccola impresa di idraulica dal 1983. Dagli esordi con il sistema fognario di New York i due hanno fatto tanta strada, cimentandosi con sempre nuove sfide e godendo di una sorprendente popolarità internazionale. Di tempo però ne è passato e con l'età anche i due valenti artigiani (che pur si mantengono molto bene) hanno iniziato a perdere qualche colpo. Accorgersene, si sa, non fa mai piacere: soprattutto quando significa trovarsi convocati con urgenza per la riparazione delle tubature di un importante edificio della "Grande Mela" ed aver dimenticato in garage il grosso del materiale necessario. Pare proprio che i due avranno bisogno di un aiuto!

Per la precisione:

- Mario e Luigi hanno portato con sé 2 tubi da 50 mt e 2 tubi da 20 mt.
- Le tubature del palazzo hanno una struttura a livelli: il primo livello contiene i nodi A e B, il secondo i nodi C e D, il terzo livello i nodi E ed F.
- L'acqua arriva all'edificio dal primo livello (la fornitura arriva sia al nodo A che al nodo B). Perché l'acqua arrivi ad altri nodi, questi devono essere collegati mediante tubi. In particolare, possono essere collegati solo nodi su livelli adiacenti (es. A e D ma non A e F).
- Ogni coppia di nodi collegabili è contraddistinta da una certa distanza: per collegare i due nodi occorre utilizzare un tubo di lunghezza almeno pari a tale distanza. In dettaglio:

Sorgente	Dest.	Distanza	Sorgente	Dest.	Distanza
A	C	50mt	C	E	20mt
A	D	50mt	C	F	20mt
B	C	50mt	D	E	20mt
B	D	50mt	D	F	50mt

Mario e Luigi devono decidere dove posizionare i tubi a loro disposizione per fare arrivare acqua a tutti i nodi dell'edificio. Si modelli il problema mediante Programmazione a Vincoli e si mostri una possibile soluzione.

Soluzione:

Ci sono diversi metodi per risolvere il problema. Un approccio consiste nell'introdurre una variabile per ogni coppia di nodi collegabili. Il dominio di ogni variabile è la lunghezza del tubo utilizzato per collegare i nodi. Si utilizza il valore 0 per indicare che i due nodi non sono stati collegati:

$X[A,C], X[A,D], X[B,C], X[B,D], X[C,E], X[C,F], X[D,E], X[D,F]$ in $\{0, 20, 50\}$

Non è possibile utilizzare determinate lunghezze di tubo se i nodi sono troppo distanti:

$$X[A,C] \leq 20, X[A,D] \leq 20, X[B,C] \leq 20, X[B,D] \leq 20, X[D,F] \leq 20$$

Non si può eccedere il numero di tubi disponibili, per ogni valore di lunghezza:

$$\text{gcc}([X], [0, 20, 50], [0, 0, 0], [8, 2, 2])$$

L'acqua deve arrivare a tutto l'edificio:

$$X[A,C] + X[B,C] \geq 1$$

$$X[A,D] + X[B,D] \geq 1$$

$$X[C,E] + X[D,E] \geq 1$$

$$X[C,F] + X[D,F] \geq 1$$

Una possibile soluzione è:

$$X[A,C] = 50, X[B,D] = 50, X[C,E] = 20, X[C,F] = 20$$